**Problème 076 – Le saut de Spider-man**

**Niveau : Seconde**

**Chapitres : Fonctions (Modélisation), Equations, Théorème de Pythagore**

**Inédit, publié le 07/12/2019**

****

Dans l’univers des personnages Marvel, Spider-man est probablement l’un des personnages les plus connus. Mordu par une araignée radioactive, l’étudiant Peter Parker est devenu ce héros aux super-pouvoirs qui se charge de veiller sur la ville de New York. Parmi les pouvoirs de Spider-man, celui du lance-toile est l’un des plus iconiques : en lançant une toile contre un mur, Spider-man peut s’y accrocher comme à une corde et ainsi se déplacer très rapidement entre les buildings de Manhattan.

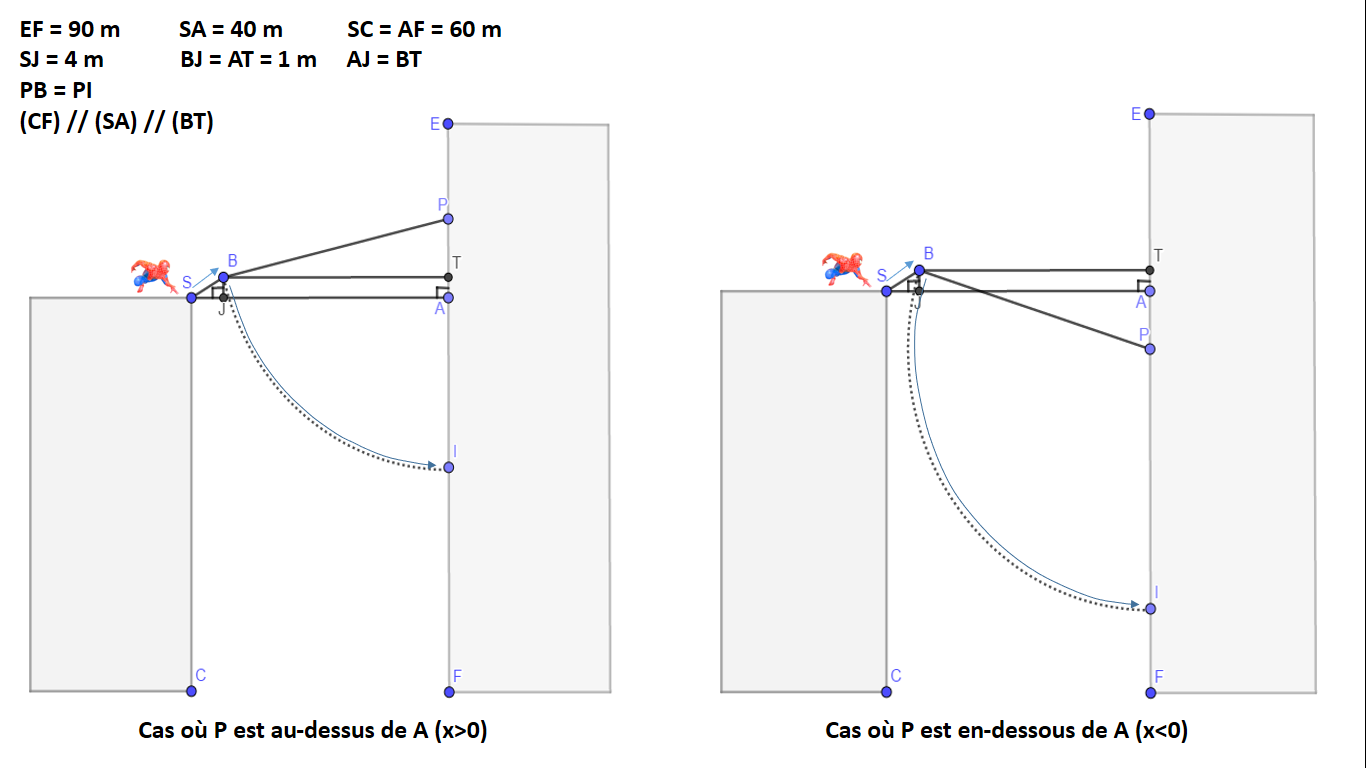
Dans ce problème, on propose de faire une modélisation de ce que peut être un saut de Spiderman entre deux buildings. Cette modélisation est représentée sur la **Figure 1** ci-dessous. On suppose que Spiderman se trouve en un point S en haut d’un building de 60 mètres. Pour atteindre un point I donné sur un building de 90 mètres de hauteur opposé au loin à 40 mètres, Spider-man fait un bond de 4 mètres de long et de 1 mètre de hauteur pour se retrouver au point B. Pendant son bond, il projette sa toile sur un point P, situé sur le building opposé. Il s’y accroche pour s’y balancer comme pour un pendule (on suppose que la toile reste tendue, de longueur BP), faisant ainsi un arc de cercle qui l’amène au point I.

Les objectifs de ce problème sont, dans différentes situations, de situer où Spider-Man atterrit en fonction de là où il accroche sa toile ou inversement, de déterminer là où il doit accrocher sa toile s’il veut atteindre un point précis sur l’immeuble opposé.

On appellera dans ce problème :

A - point du building opposé de même hauteur que S.

T - point du building opposé de même hauteur que B.



**Figure 1**

**Partie A – Le point le plus haut**

On suppose que Spider-man accroche sa toile au sommet du building opposé, donc au point E. Donc dans cette partie, P et E sont confondus.

1) a) Donner, sans justification, les distances TE et TB.

b) En déduire la distance EB.

2) Conclure en indiquant dans ce cas la position du point I par rapport à A.

**Partie B – Un point précis à atteindre**

On pose x la distance algébrique de P par rapport au point A. Cette distance est positive si P est au-dessus de A (x = AP si x>0) mais négative si P est en-dessous (x = - AP si x<0)

1) Exprimer la distance TP en fonction de x en distinguant trois cas selon la position de P par rapport au segment [AT] : x 0, 0 x 1 et x 1.

2) On associe à la distance PB une fonction f dépendante de x. Déterminer l’expression de f en fonction de x, en justifiant qu’elle est identique pour les trois cas de la question 1).

On suppose que Spider-man veut atteindre un point I situé à 40 mètres en dessous du point A.

3) On associe à la distance PI une fonction g dépendante de x. Montrer que g(x) = 40 + x, quelle que soit la valeur de x (séparer les cas x > 0 et x < 0).

4) Le tableau ci-dessous donne différentes valeurs de f(x) en fonction de x.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -20 | -15 | -10 | -5 | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
| f(x) | 41,7 | 39,4 | 37,6 | 36,5 | 36 | 36,2 | 37,1 | 38,6 | 40,7 | 43,2 |

a) Utiliser le graphique en **Annexe 1** pour tracer les courbes représentatives des fonctions f et g sur l’intervalle [-20, 25].

b) Déterminer graphiquement une solution approchée de l’équation f(x) = g(x).

5) Trouver le résultat précis de l’équation f(x) = g(x) en la résolvant algébriquement. En déduire, par rapport à A, la position du point P qui permet d’atteindre le point I.

**Partie C – Le point le plus bas**

1) Expliquer pourquoi, dans le cadre du problème, si P est en dessous de A (x<0), la distance BP ne peut pas être supérieure à 40.

2) A l’aide du graphique de la partie B, déterminer graphiquement une solution de l’équation f(x) = 40 pour x < 0. En déduire, par rapport à A, le point I le plus bas qui peut être atteint par Spider-man dans ce modèle.

**Annexe 1**

